المحاضرة ٦

انتقال الحرارة
بالحمل القسري الداخلي

م. مرح تامر
24 /11/ 2025

➢ الجريان الصفائحي والمضطرب في الانابيب

يمكن للجريان في الأنابيب أن يكون صفائحياً أو مضطرباً،

يكون الجريان صفائحياً عند السرعات المنخفضة حيث تكون خطوط التيار منتظمة

يتحول إلى النظام المضطرب عندما تزداد السرعة فوق قيمة حدية.

إن معظم الجريانات الداخلية التي نصادفها في التطبيقات العملية هي جريانات مضطربة،

في حين أن الجريان الصفائحي يحدث عند جريان السوائل ذات اللزوجة العالية (مثل الزيوت) ضمن أنابيب ذات أقطار صغيرة أو ضمن مجارٍ ضيقة.

يعرف عدد رينولدز من أجل الجريان في أنبوب دائري المقطع بالعلاقة:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V_m D}{\mu} = \frac{V_m D}{\nu} \qquad (82-4)$$

V_m : السرعة الوسطية للسائل.

D : قطر الأنبوب.

ν : اللزوجة الحركية للسائل. $\nu = \mu/\rho$

من الأفضل ان تكون لدينا قيم محددة لعدد رينولدز من اجل الجريان الصفائحي والانتقالي والمضطرب، لكن هذا الأمر غير ممكن في التطبيقات العملية.

من أجل الشروط العملية الشائعة، فإن قيم عدد رينولدزللجريانات المختلفة، هي:

جريان صفائحي: $\mathrm{Re} < 2300$

جريان انتقالي: $2300 \le \mathrm{Re} \le 10,000$

جريان مضطرب: $\mathrm{Re} > 10,000$

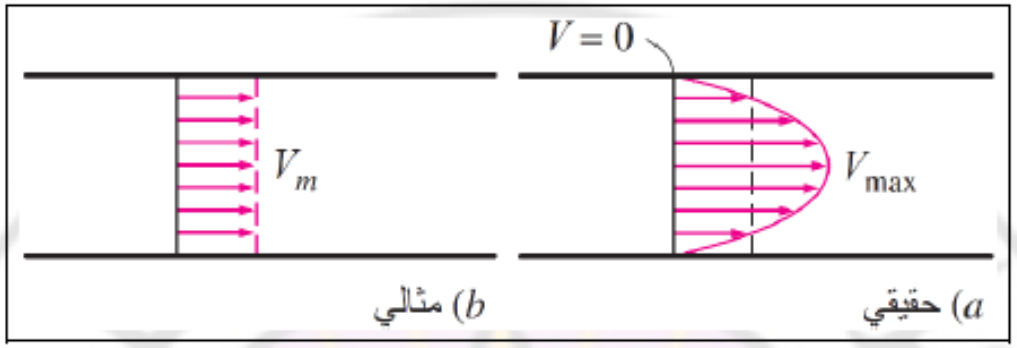
4 – 13 – انتقال الحرارة بالحمل القسري الداخلي

تستخدم جريانات السوائل في الأنابيب والمجاري بشكل واسع في تطبيقات التسخين والتبريد، ويتم تحريك السائل ضمن أنبوب ذي طول كافٍ لتحقيق عملية انتقال الحرارة المطلوبة، وذلك بواسطة مضخة أو مروحة. سنركز في هذا الفصل على معامل الاحتكاك ومعامل الحمل الحراري، وذلك لصلتهما الوثيقة بهبوط الضغط وانتقال الحرارة.

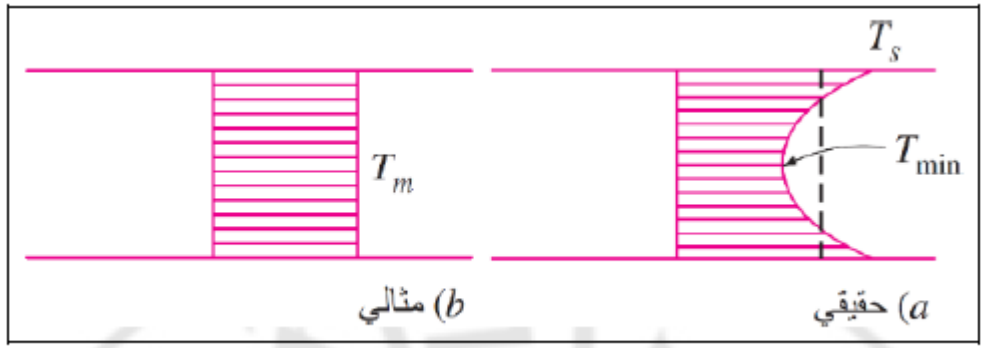
تستخدم الأنابيب عادةً في ضخ السوائل وبشكل خاص الموائع، بينما تستخدم المجاري ذات المقطع المستطيل في أنظمة التدفئة والتكييف للمباني. ويفسر استخدام الأنابيب في تجهيزات انتقال الحرارة بأن الأنابيب الدائرية تؤمن أكبر قدر من انتقال الحرارة من أجل أقل هبوط في الضغط بالمقارنة مع بقية المجاري، وذلك من أجل نفس مساحة المقطع العرضي.

4 – 13 – 2 – السرعة الوسطية ودرجة الحرارة الوسطية

تستخدم سرعة التيار الحر في حالة الجريان الخارجي كقيمة مرجعية لحساب عدد رينولدز ومعامل الاحتكاك. أما في الجريان الداخلي، فإنه لا وجود للتيار الحر، وبالتالي فإننا بحاجة لبديل عن سرعة التيار الحر. تتغير سرعة السائل ضمن الأنبوب من الصفر عند جدار الأنبوب كنتيجة لشرط عدم الانزلاق، إلى قيمة أعظمية عند مركز الأنبوب؛ وبالتالي نستخدم مفهوم السرعة الوسطية mean velocity V_m، حيث تبقى هذه السرعة ثابتة في الجريان غير القابل للانضغاط، في حال كانت مساحة مقطع الأنبوب ثابتة.



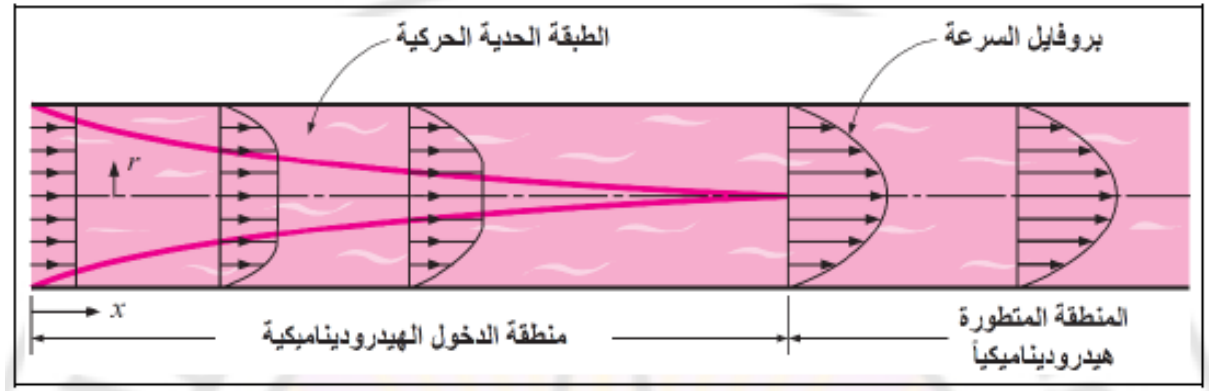
الشكل (4 – 25) بروفايل السرعة للجريان الحقيقي والمثالي.



الشكل (4 – 26) بروفايل درجة الحرارة للجريان الحقيقي والمثالي.

4 - 14 - منطقة الدخول *The Entrance Region*:

تسمى المنطقة من بداية الأنبوب وحتى نقطة اندماج الطبقة الحدية عند محور الأنبوب بمنطقة الدخول الهيدروديناميكية،



الشكل (4 – 29) تطور الطبقة الحدية الحركية ضمن أنبوب.

ويسمى طول هذه المنطقة بطول الدخول الهيدروديناميكي L_h .

يسمى الجريان في منطقة الدخول بالجريان النامي هيدروديناميكياً

وذلك لأن منطقة الدخول هي المنطقة التي يتطور فيها بروفايل السرعة.

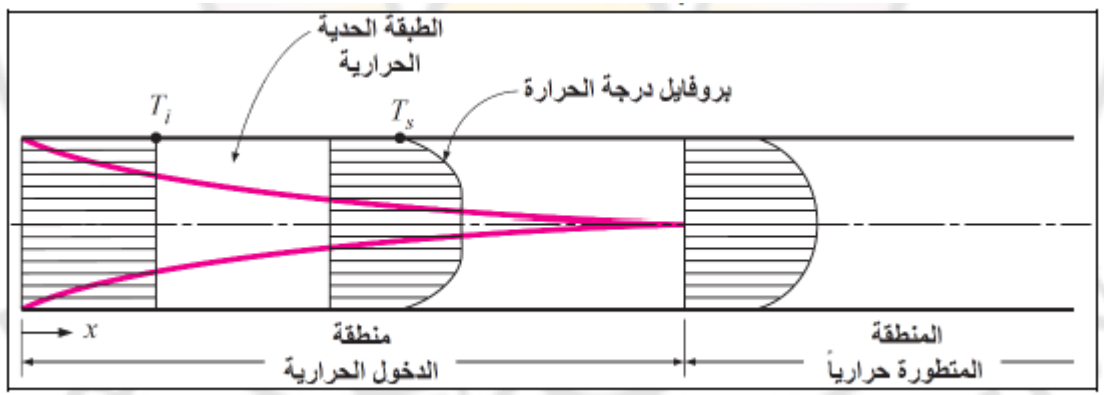
تسمى المنطقة التي تلي منطقة الدخول والتي يكون فيها بروفايل السرعة متطوراً بالمنطقة المتطورة هيدروديناميكياً،

ويبقى بروفايل السرعة ثابتاً في هذه المنطقة.

يأخذ بروفايل السرعة في المنطقة المتطورة شكل قطع مكافئ في حالة الجريان الصفائحي،

بينما يكون أكثر تسطحاً في الجريان المضطرب، وذلك بسبب حركة الدوامات بالاتجاه القطري.

تسمى المنطقة التي تنمو ضمنها الطبقة الحدية وحتى تصل إلى محور الأنبوب بمنطقة الدخول الحرارية.



الشكل (4 – 30) تطور الطبقة الحدية الحرارية في أنبوب.

يسمى الجريان ضمن منطقة الدخول الحرارية بالجريان النامي حرارياً

حيث أن بروفايل درجة الحرارة يتطور ضمن هذه المنطقة،

تسمى المنطقة التي تلي منطقة الدخول الحرارية بالمنطقة المتطورة حرارياً،

تسمى المنطقة التي يكون فيها الجريان متطوراً هيدروديناميكياً وحرارياً بالجريان المتطور،

يعطى التدفق الحراري السطحي بالعلاقة:

$$\dot{q}_s = \alpha_x (T_s - T_m) = \lambda \left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=R} \longrightarrow \alpha_x = \frac{\lambda \left.(\partial T/\partial r)\right|_{r=R}}{T_s - T_m} \qquad (87-4)$$

من العلاقة (4 – 87) نجد أن التدفق الحراري مستقل عن x.

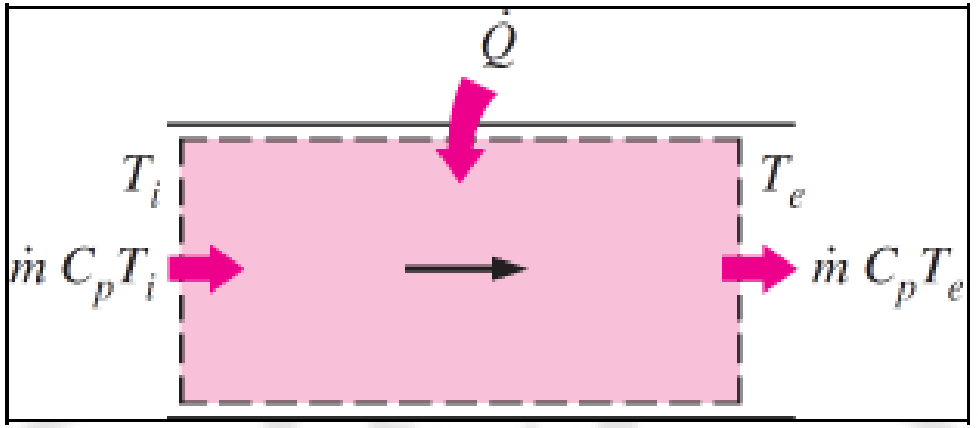
تعطى معادلة انحفاظ الطاقة لجريان مستقر لسائل ضمن أنبوب في حال عدم وجود عمل، كما في الشكل (4 – 33)، وفق:

$$\dot{Q} = \dot{m}\, c_p\, (T_e - T_i) \qquad (92 - 4)$$

T_i : درجة حرارة الدخول الوسطية.

T_e : درجة حرارة الخروج الوسطية.

$\dot{Q}$: معدل انتقال الحرارة إلى/من السائل.



الشكل (4 – 33) انحفاظ الطاقة في جريان مستقر ضمن أنبوب.

تؤخذ الشروط الحرارية عند سطح الأنبوب عادةً بشكل تقريبي بحيث نعدُّ أن درجة حرارة السطح ثابتة $(T_s = \text{constant})$،

أو أن التدفق الحراري للسطح ثابت $(\dot{q}_s = \text{constant})$.

يعطى التدفق الحراري للسطح بالعلاقة:

$$\dot{q}_s = \alpha_x\, (T_s - T_m) \qquad (93 - 4)$$

α_x : معامل انتقال الحرارة الموضعي.

T_s : درجة حرارة سطح الأنبوب.

T_m : درجة الحرارة الوسطية للسائل.

تتغير درجة الحرارة الوسطية T_m لسائل يجري ضمن أنبوب في حال وجود تسخين أو تبريد؛

بالتالي عندما $(\alpha_x = \alpha = \text{constant})$، فإن درجة حرارة السطح T_s يجب أن تتغير عندما $(\dot{q}_s = \text{constant})$،

كما أن التدفق الحراري السطحي يجب أن يتغير عندما $(T_s = \text{constant})$؛

أي إن الشروط الحرارية عند السطح إما أن تكون درجة حرارة ثابتة أو تكون تدفقاً حرارياً ثابتاً، لكن لا يمكن أن يجتمع الشرطان معاً.

4 – 15 – 1 – تدفق حراري ثابت للسطح

إذا كان $\dot{q}_s$ ثابتاً، فإن معدل انتقال الحرارة يعطى بالعلاقة:

$$\dot{Q} = \dot{q}_s A_s = \dot{m} c_p (T_e - T_i) \qquad (94 - 4)$$

A_s : مساحة السطح الداخلي للأنبوب. $A_s = pL$

p : محيط الأنبوب.

L : طول الأنبوب.

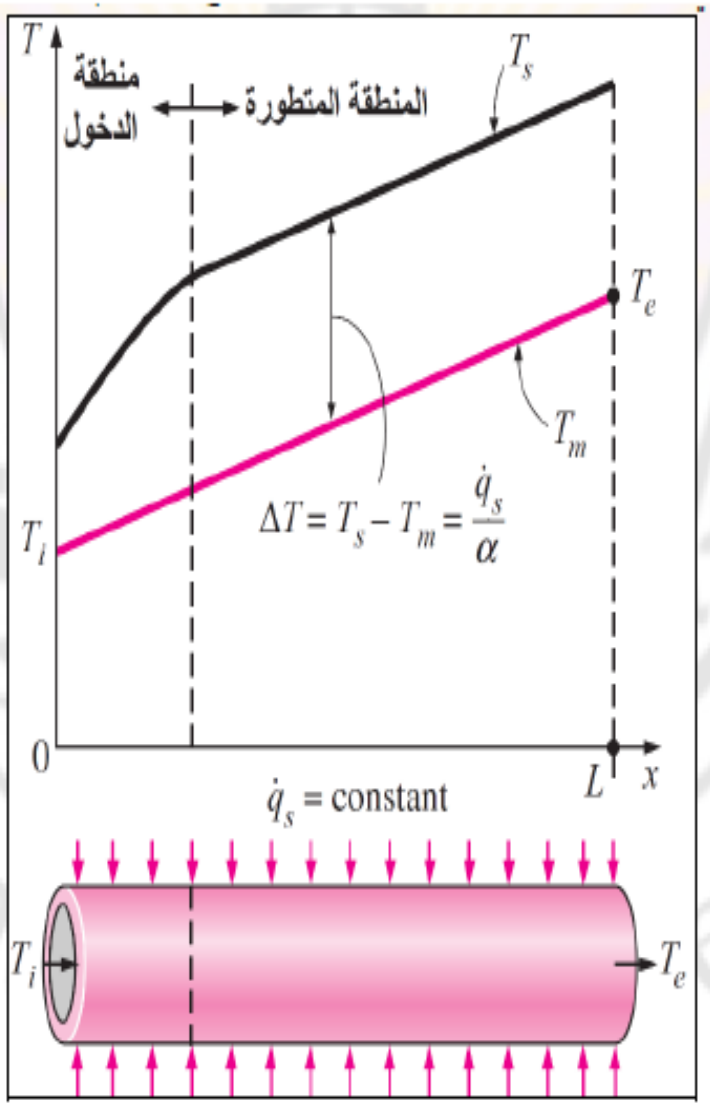
وبالتالي فإن درجة الحرارة الوسطية للسائل عند مخرج الأنبوب تعطى بالعلاقة:

$$T_e = T_i + \frac{\dot{q}_s A_s}{\dot{m} c_p} \qquad (95 - 4)$$

نلاحظ أن درجة الحرارة الوسطية للسائل تزداد بشكل خطي باتجاه الجريان في حالة التدفق الحراري الثابت، ويعود ذلك إلى أن مساحة السطح الداخلي للأنبوب تزداد بشكل خطي باتجاه الجريان.

تحدد درجة حرارة سطح الأنبوب في حالة التدفق الحراري الثابت $\dot{q}_s$ من العلاقة:

$$\dot{q}_s = \alpha (T_s - T_m) \longrightarrow T_s = T_m + \frac{\dot{q}_s}{\alpha} \qquad (96 - 4)$$



الشكل (4 – 34) تغيرات درجة حرارة السطح ودرجة الحرارة الوسطية للسائل في حالة تدفق حراري ثابت.

4 – 15 – 2 – درجة حرارة السطح ثابتة $(T_s = constant)$

من قانون نيوتن في التبريد، فإن معدل انتقال الحرارة من سائل يتدفق في أنبوب يحسب من العلاقة:

$$\dot{Q} = \alpha A_s \Delta T_{ave} = \alpha A_s \left(T_s - T_m\right)_{ave} \qquad (101-4)$$

ΔT_{ave} : فرق مناسب في درجات الحرارة بين السائل والسطح.

بفرض أن سائلاً ما يتعرض للتسخين في أنبوب ذي مقطع عرضي ثابت، ودرجة حرارة سطحه الداخلي ثابتة T_s. نتيجةً لفرق درجات الحرارة بين السائل والأنبوب سيحدث انتقال للحرارة من الأنبوب للسائل، وبالتالي ستزداد درجة الحرارة الوسطية للسائل T_m باتجاه الجريان. يعطى التوازن الطاقي لحجم تحكم تفاضلي كالمبين في الشكل (4 – 35) وفق العلاقة:

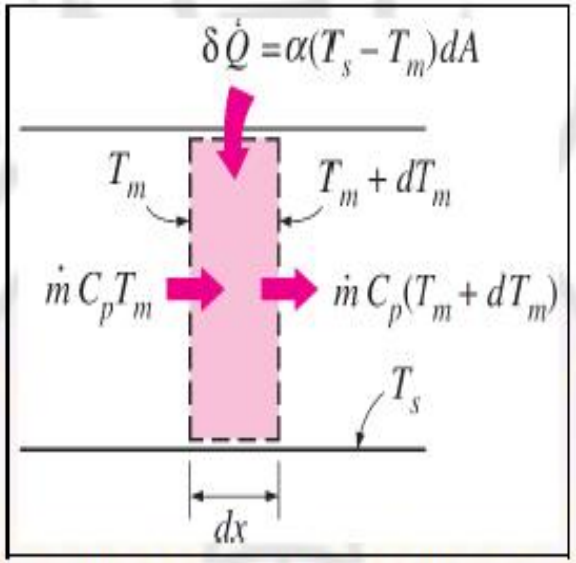
$$\dot{m} c_p dT_m = \alpha \left(T_s - T_m\right) dA_s$$

بما أن T_s ثابتة، فإن:

$$dT_m = -d\left(T_s - T_m\right)$$

وبالتالي بإصلاح العلاقة (4 – 103) نجد:

$$\frac{d\left(T_s - T_m\right)}{T_s - T_m} = -\frac{\alpha p}{\dot{m} c_p} dx \qquad (104-4)$$



الشكل (4 – 35) التفاعلات الطاقية لحجم تحكم تفاضلي في أنبوب.

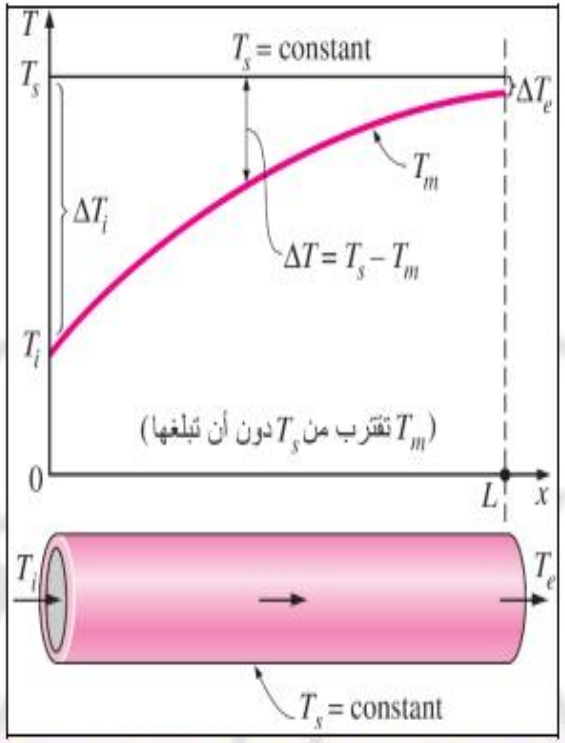
بإجراء التكامل للعلاقة السابقة:

$$\int_{T_i}^{T_e} \frac{d\left(T_s - T_m\right)}{T_s - T_m} = \int_0^L -\frac{\alpha p}{\dot{m} c_p} dx$$

$$\ln \frac{T_s - T_e}{T_s - T_i} = -\frac{\alpha A_s}{\dot{m} c_p} \qquad (105-4)$$

درجة الحرارة الوسطية للسائل عند مخرج الأنبوب:

$$T_e = T_s - \left(T_s - T_i\right) \exp\left[\left(-\alpha A_s\right) / \left(\dot{m} c_p\right)\right] \qquad (106-4)$$



الشكل (4 – 37) تغير درجة الحرارة الوسطية للسائل على طول الأنبوب في حال ثبات درجة حرارة السطح.

كما تستخدم هذه العلاقة في حساب درجة الحرارة الوسطية للسائل $T_m(x)$ من أجل أي قيمة لـ x ، وذلك بتعويض $A_s = px$.

نلاحظ أن الفرق بين درجة حرارة السائل، ودرجة حرارة السطح يتناقص بشكل أسي باتجاه الجريان، حيث أن معدل التناقص يتعلق بالأس

$$\left(\alpha A_x / \dot{m} c_p\right)$$

number of transfer units،

ويرمز له بـ NTU

وهو يقيس فعالية أنظمة انتقال الحرارة.

من أجل NTU > 5

فإن درجة حرارة السائل عند المخرج تكون مساوية تقريباً لدرجة حرارة السطح $T_e \approx T_s$

إن درجة حرارة السائل تقترب من درجة حرارة السطح، ولكن لا يمكن أن تتجاوزها.

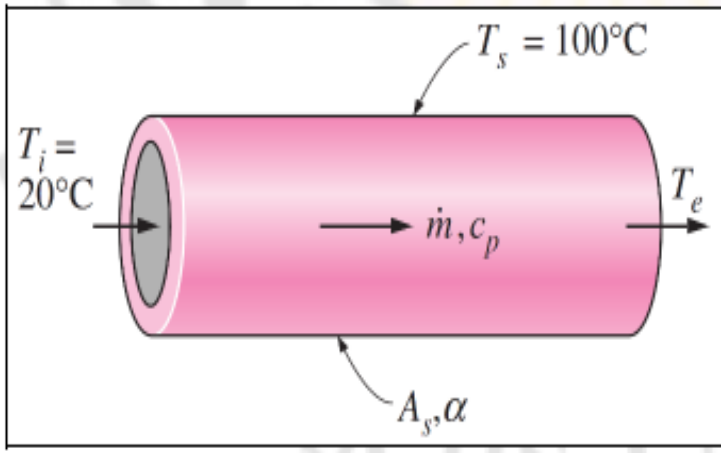
عندما يكون NTU حوالي 4،

فإن انتقال الحرارة بلغ حده الأقصى

ولا يمكن أن يزداد معدل انتقال الحرارة بحالٍ من الأحوال مهما زدنا من طول الأنبوب.

بالمقابل، فإن القيم الصغيرة لـ NTU تشير إلى إمكانية حدوث انتقال حرارة؛

وبالتالي فإن معدل انتقال الحرارة سيزداد بزيادة طول الأنبوب.



$NTU = \alpha A_s / \dot{m} c_p$	T_e, °C
0.01	20.8
0.05	23.9
0.10	27.6
0.50	51.5
1.00	70.6
5.00	99.5
10.00	100.0

الشكل (4 – 38) تغير درجة حرارة السائل عند المخرج بتغير قيم NTU.

من المعادلة التالية

$$\ln\frac{T_s - T_e}{T_s - T_i} = -\frac{\alpha A_s}{\dot{m} c_p} \qquad (105 - 4)$$

نجد:

$$\dot{m} c_p = -\frac{\alpha A_s}{\ln\left[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)\right]} \qquad (107 - 4)$$

بتعويض هذه العلاقة في العلاقة

$$\dot{Q} = \alpha A_s \Delta T_{ave} = \alpha A_s \left(T_s - T_m\right)_{ave}$$

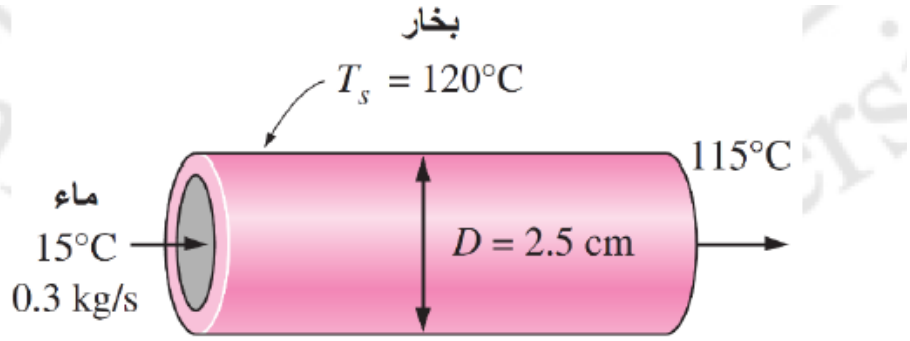
$$\boxed{\dot{Q} = \alpha A_s \Delta T_{ln}}$$

$$\Delta T_{ln} = \frac{(T_s - T_e) - (T_s - T_i)}{\ln\left[\frac{(T_s - T_e)}{(T_s - T_i)}\right]} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln\left(\frac{\Delta T_e}{\Delta T_i}\right)}$$

ΔT_{ln} : فرق درجات الحرارة اللوغاريتمي الوسطي.

مثال 4 – 8:

يدخل الماء إلى أنبوب رقيق من النحاس قطره $2.5\,\text{cm}$ بدرجة حرارة $15\,^\circ\text{C}$، وتدفق $0.3\,\text{kg/s}$، ويُسخن عن طريق تكاثف البخار على السطح الخارجي للأنبوب عند درجة حرارة $120\,^\circ\text{C}$. إذا كان معامل انتقال الحرارة بالحمل الوسطي $800\,\text{W/m}^2.^\circ\text{C}$، احسب الطول اللازم للأنبوب لتسخين الماء إلى $115\,^\circ\text{C}$.



الحل:

المعطيات: ماء يتدفق ضمن أنبوب ويسخن عن طريق تكاثف البخار على السطح الخارجي للأنبوب، وذلك من أجل معامل انتقال حرارة وسطي ثابت.

المطلوب: حساب طول الأنبوب حتى يسخن الماء من $15\,^\circ\text{C}$ إلى $115\,^\circ\text{C}$.

الخواص:

الجدول ماء $\left[T = (15+115)/2 = 65\,^\circ\text{C}\right]$:

$c_p = 4{,}187\,\text{J/kg.}^\circ\text{C}$

الجدول بخار ماء $(T = 120\,^\circ\text{C})$:

$h_{fg} = 2{,}203\,\text{kJ/kg}$

التحليل: بمعرفة درجة حرارة الدخول والخروج للماء، فإن معدل انتقال الحرارة المطلوب، هو:

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_e - T_i) = 0.3\,\text{kg/s} \times 4.187\,\text{kJ/kg.}^\circ\text{C} \times (115\text{-}15)\,^\circ\text{C}$$
$$= 125.6\,\text{kW}$$

وفرق درجات الحرارة اللوغاريتمي الوسطي, هو:

$$\Delta T_e = T_s - T_e = 120\,^\circ\text{C} - 115\,^\circ\text{C} = 5\,^\circ\text{C}$$
$$\Delta T_i = T_s - T_i = 120\,^\circ\text{C} - 15\,^\circ\text{C} = 105\,^\circ\text{C}$$
$$\Delta T_{\ln} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_e/\Delta T_i)} = \frac{5-105}{\ln(5/105)} = 32.85\,^\circ\text{C}$$

ومساحة سطح التبادل الحراري, هي:

$$\dot{Q} = \alpha A_s \Delta T_{\ln} \longrightarrow A_s = \frac{\dot{Q}}{\alpha \Delta T_{\ln}} = \frac{125.6\,\text{kW}}{0.8\,\text{kW/m}^2.^\circ\text{C} \times 32.85\,^\circ\text{C}} = 4.78\,\text{m}^2$$

ومنه، فإن الطول المطلوب للأنبوب, هو:

$$A_s = \pi DL \longrightarrow L = \frac{A_s}{\pi D} = \frac{4.78\,\text{m}^2}{\text{p} \times 0.025\,\text{m}} = 61\,\text{m}$$

المناقشة: إن درجة الحرارة الوسطية الكلية للماء في أثناء عملية التسخين هي $65\,^\circ\text{C}$، وبالتالي فإن فرق درجات الحرارة الوسطى هو $\Delta T_{\text{am}} = 120 - 65 = 55\,^\circ\text{C}$. باستخدام ΔT_{am} بدلاً عن $\Delta T_{\ln}$ فإن الطول الناتج هو $L = 36\,\text{m}$،

وهي نتيجة خاطئة تماماً.

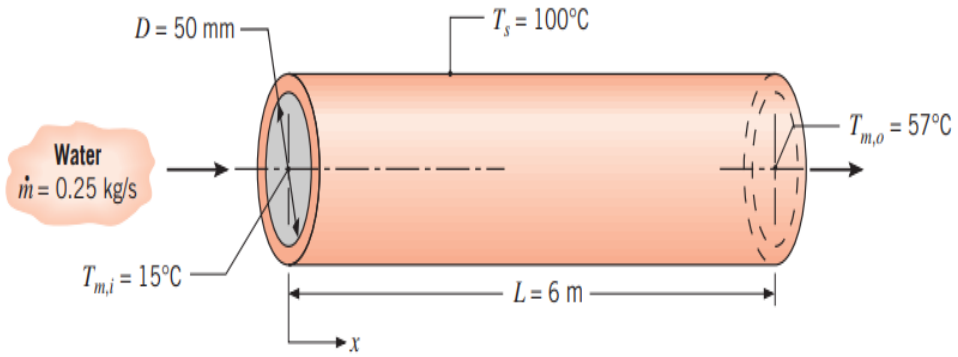
إن هذا المثال يبين أهمية استخدام فرق درجات الحرارة اللوغاريتمي الوسطي في الحسابات.

مسألة:

يتكاثف بخار ماء على سطح أنبوب اسطواني طوله L=6m وقطره D=50mm ودرجة حرارة سطح الانبوب منتظمة وقيمتها 100^oC
يمر داخل الأنبوب ماء بتدفق كتلي m=0.25 kg/s ودرجة حرارة الدخول هي $Ti=15^oC$ والخروج $Te=57^oC$ والمطلوب
احسب معامل انتقال الحرارة بالحمل المتعلق بجريان الماء وفق هذه الشروط.

الحل:

Schematic:



$$C_P = 4.178kJ/kg \cdot k$$

$$\dot{Q} = \alpha A_s \Delta T_{ln} = \mathbf{m\ cp.(Te\text{-}Ti)}$$

نحسب فرق درجات الحرارة اللوغارتمي من العلاقة:

$$\Delta T_{ln} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_e / \Delta T_i)}$$

$$= \frac{(100-57)-(100-15)}{\ln[(100-57)/(100-15)]} = 61.6°C$$

من العلاقة:

$$\dot{Q} = \alpha A_s \Delta T_{ln} = \mathbf{m\ cp.(Te\text{-}Ti)}$$

نجد:

$$\alpha = \frac{\mathbf{m\ cp.(Te\text{-}Ti)}}{A_s \Delta T_{ln}}$$

$$= \frac{0.25\ \text{kg/s} \times 4178\ \text{J/kg} \cdot \text{K}}{\pi \times 0.05\ \text{m} \times 6\ \text{m}} \times \frac{(57-15)°C}{61.6°C}$$

$$= 755\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$$