المحاضرة ١+٢+٣

انتقال الحرارة

م. مرح تامر

مقدمة في انتقال الحرارة

انتقال الحرارة وكيفية حدوثه:

انتقال الحرارة: هو عملية انتقال الطاقة الحرارية نتيجة وجود فرق في درجات الحرارة، حيث تنتقل الطاقة الحرارية من الوسط ذي درجة الحرارة المرتفعة إلى الوسط ذي درجة الحرارة المنخفضة، وتوقف عملية انتقال الحرارة عندما يصل الوسطان إلى درجة حرارة متساوية.

طرق انتقال الحرارة: Modes of Heat Transfer

هناك ثلاث طرق رئيسية لانتقال الحرارة هي:

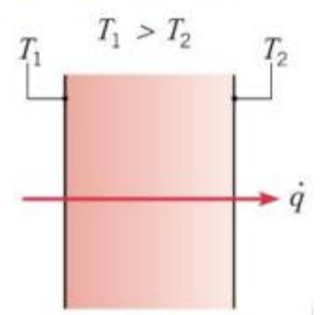
١. انتقال الحرارة بالتوصيل: ويتم انتقال الحرارة بهذه الطريقة خلال المواد الصلبة وخلال السوائل والغازات عندما تكون ساكنة.

٢. انتقال الحرارة بالحمل: تنتقل الحرارة بتيارات الحمل خلال السوائل والغازات.

٣. انتقال الحرارة بالإشعاع: لا يحتاج انتقال الحرارة بالإشعاع إلى وجود وسيط مادي على عكس التوصيل والحمل.

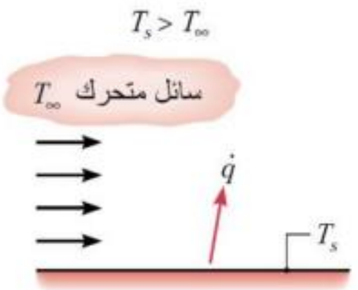
ولابد لكل طريقة من هذه الطرق من وجود فرق في درجات الحرارة و لابد أن تسري الحرارة من الوسط الذي درجة حرارته عالية إلى الوسط ذي درجة الحرارة المنخفضة.

التوصيل



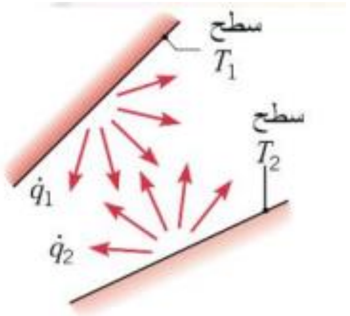
التوصيل عبر الأجسام الصلبة أو السوائل الساكنة

الحمل



الحمل من سطح إلى سائل متحرك

الإشعاع

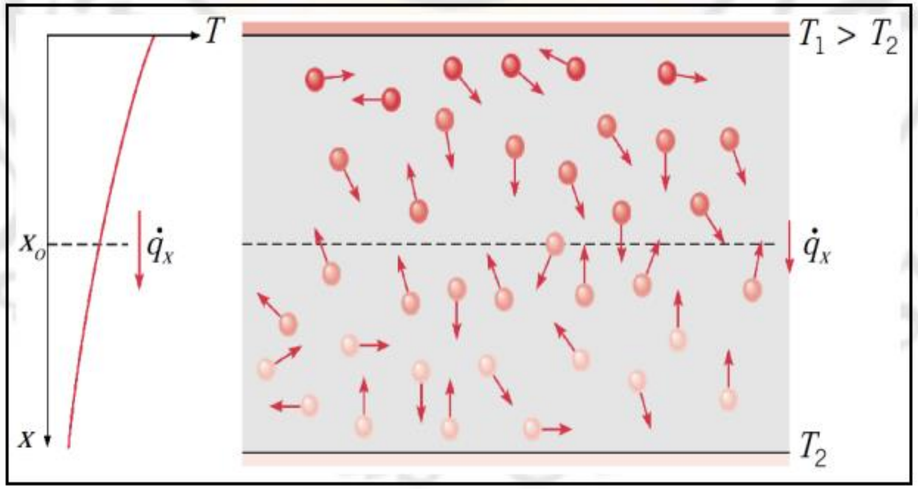


التبادل الحراري الإشعاعي بين سطحين

التوصيل

1 – 2 – 1 التوصيل *Conduction*:

هو انتقال الطاقة من الجسيمات ذات الطاقة الأعلى في النظام إلى الجسيمات الملاصقة الأقل طاقةً، وذلك نتيجة التأثير المتبادل بين الجسيمات.



الشكل (1 – 2) انتقال الحرارة بالتوصيل نتيجة حركة الجزيئات.

λ : الموصلية الحرارية، وهي خاصة تعبر عن قابلية المادة لتوصيل الحرارة ويرمز لها λ أو K.

$\dot{q}_x$: التدفق الحراري $\left[W/m^2\right]$. أي معدل انتقال الحرارة باتجاه المحور x لواحدة المساحة للسطح العمودي على اتجاه الانتقال، وهو يتناسب طرداً مع تدرج درجة الحرارة $\text{grad}T$ بالاتجاه x؛ أي مع dT/dx.

$$\dot{q}_x = \frac{\dot{Q}_x}{A_c} =$$

قانون فورييه:

إن قانون فورييه يمثل توصيفاً لظاهرة التوصيل الحراري،

لقد أثبتت التجربة أنه وبمجرد وجود فرق في درجات الحرارة بين سطحين فإن هناك انتقالا في الطاقة الحرارية بين السطحين وتنتقل هذه الطاقة من السطح الساخن إلى السطح البارد.

ولقد استنتج الفيزيائي الفرنسي فورير Fourier أن معدل انتقال الحرارة خلال شريحة مستوية يتناسب طردياً مع الفرق في درجات الحرارة ومساحة الشريحة العمودية على اتجاه انتقال الحرارة وعكسياً مع سمك الشريحة. هذا القانون الذي يسمى بقانون فورير للتوصيل الحراري يمكن توضيحه بالمعادلة التالية:

$$Q = -\lambda . A . \frac{dT}{dx}$$

بإجراء التكامل المحدود نستنتج القانون التالي لحساب معدل انتقال الحرارة بالتوصيل :

$$Q = -\lambda . A . \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

$$\boxed{Q = \lambda . A . \frac{T_1 - T_2}{\Delta x}}$$

التوصيل الحراري المستقر أحادي البعد:

بالرغم من الترابط الوثيق بين درجة الحرارة وانتقال الحرارة، إلا أنهما من طبيعتين مختلفتين تماماً،

حيث إن انتقال الحرارة، وبخلاف درجة الحرارة، يمتلك اتجاهاً بالإضافة للكمية، وبالتالي فهو كمية شعاعية،

لذا فإنه من الواجب تحديد الشدة والاتجاه لتوصيف انتقال الحرارة عند نقطة ما بشكل كامل.

لذلك فإننا نستعمل عند دراسة انتقال الحرارة جملة إحداثيات، حيث يأخذ معدل انتقال الحرارة إشارةً موجبة أو سالبة بحسب اتجاهه إن كان بالاتجاه الموجب لجملة الإحداثيات أو بالاتجاه السالب، كما في الشكل (2 − 1).

3 − 1 − 1 − توزع درجة الحرارة *Temperature Distribution*:

3 - 1 - جدار مستوٍ *Plane Wall*:

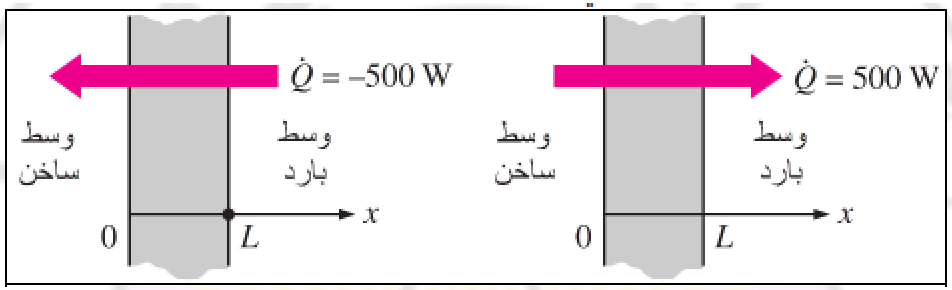
يمكن إيجاد توزع درجة الحرارة في الجدار من خلال حل المعادلة التفاضلية للتوصيل الحراري، من أجل الشروط الحدية المناسبة.

المعادلة التفاضلية للتوصيل الحراري في الحالة المستقرة عبر الجدار، ومن دون وجود منابع حرارية (أو مصارف حرارية) ضمن الجدار

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0 \qquad (1 - 3)$$

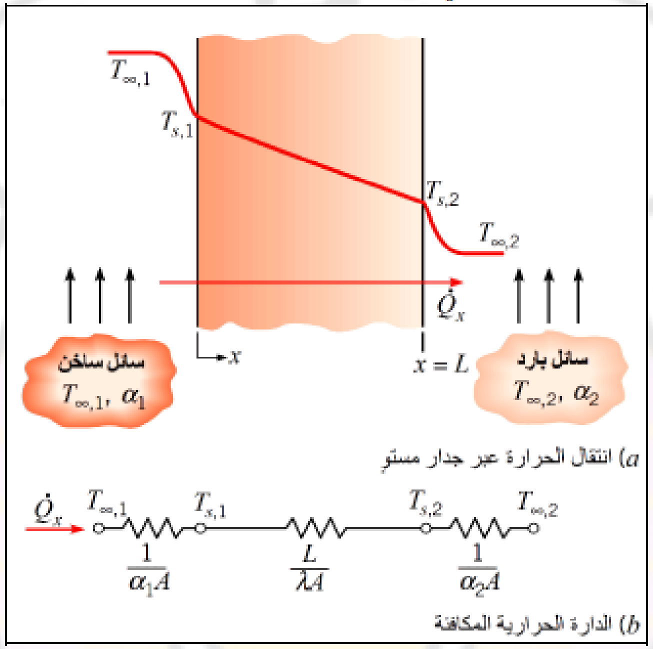
ومن قانون فورييه:

$$\dot{q}_x = -\lambda \frac{dT}{dx}$$



الشكل (2 − 1) انتقال الحرارة في جملة إحداثيات.

إن القوة المحركة لأي شكل من أشكال انتقال الحرارة هي الفرق في درجات الحرارة، وبزيادة الفرق في درجات الحرارة تزداد شدة انتقال الحرارة.



الشكل (3 − 1) انتقال الحرارة عبر جدار مستوٍ

$$\frac{d^2T}{dx^2}=0 \qquad (1-3)$$

وبإجراء التكامل للمعادلة (1 − 3) نجد:

$$\frac{dT}{dx}=C_1$$

وبإجراء التكامل مرةً أخرى نحصل على الحل العام للمعادلة التفاضلية:

$$\int dT=\int C_1 dx$$

$$T(x)=C_1x+C_2$$

لتحديد ثوابت التكامل C_2, C_1 نستخدم الشروط الحدية بثبات درجة الحرارة عند $x=0$ و $x=L$ ، حيث إن:

$$T(0)=T_{s,1} \quad , \quad T(L)=T_{s,2}$$

وبتطبيق هذه الشروط ينتج:

عند $x=0$: $\quad T_{s,1}=C_2$

عند $x=L$: $\quad T_{s,2}=C_1L+C_2=C_1L+T_{s,1}$

ومنه: $\quad C_1=\frac{T_{s,2}-T_{s,1}}{L}$

وبالتبديل في الحل العام نحصل على معادلة توزع درجة الحرارة في الجدار:

$$\boxed{T(x)=(T_{s,2}-T_{s,1})\frac{x}{L}+T_{s,1} \qquad (2-3)}$$

يمكننا استخدام قانون فورييه لإيجاد معدل كمية الحرارة المنتقلة بالتوصيل عبر الجدار:

$$\dot{Q}_x=-\lambda A\frac{dT}{dx}=\frac{\lambda A}{L}(T_{s,1}-T_{s,2}) \qquad (3-3)$$

وتعطى شدة التدفق الحراري بالمعادلة:

$$\dot{q}_x=\frac{\dot{Q}_x}{A}=\frac{\lambda}{L}(T_{s,1}-T_{s,2}) \qquad (4-3)$$

نلاحظ من المعادلتين (3 − 3)، (4 − 3) أن معدل انتقال الحرارة $\dot{Q}_x$ وشدة التدفق الحراري $\dot{q}_x$ ثابتان ومستقلان عن x.

- **فيكون القانون المعبر عن انتقال الحرارة بالتوصيل خلال جدار مستو:**

$$Q=-\lambda.A.\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

$$Q=\lambda.A.\frac{(T_1-T_2)}{\Delta x}$$

وهي المعادلة المعبرة عن انتقال الحرارة خلال جدار مستو مكون من طبقة واحدة.

يمكن كتابة قانون فورييه بشكل آخر:

$$Q = \frac{T_1 - T_2}{\dfrac{\Delta x}{\lambda . A}}$$

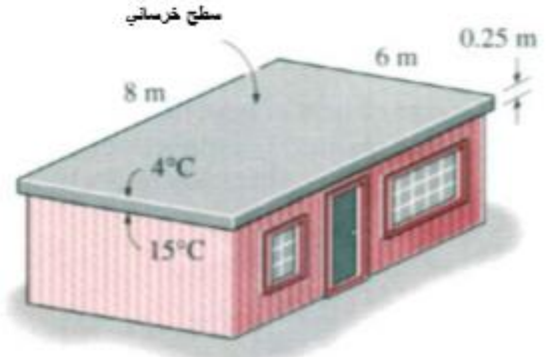
$$Q = \frac{\Delta T}{R}$$

القوة الدافعة الحرارية : ΔT

المقاومة الحرارية لمادة الجدار $R = \frac{\Delta x}{\lambda . A}$

مسألة :1

سقف منزل طوله 8 m وعرضه 6m وسمكه 0.25m (انظر الشكل (٢ ـ ٥)) مصنوع من الخرسانة التي لها معامل انتقال الحرارة بالتوصيل قدره 0.8 W/m°C .إذا كانت درجات الحرارة في إحدى ليالي الشتاء للسطح الداخلي للسقف 15°C وللسطح الخارجي 4 °C .احسب معدل فقدان الحرارة خلال ذلك السقف في تلك الليلة.



الحل

مساحة سطح السقف

A = 8 * 6 = 48 m^2

$$Q = \lambda . A . \frac{(T_1 - T_2)}{\Delta x}$$

$$Q = 0.8\ x\ 48\ x \frac{(15-4)}{0.25} = 1689.6\ W$$

يمكن حساب معدل فقدان الحرارة خلال السقف للمثال (1) باستخدام فكرة المقاومة الحرارية.

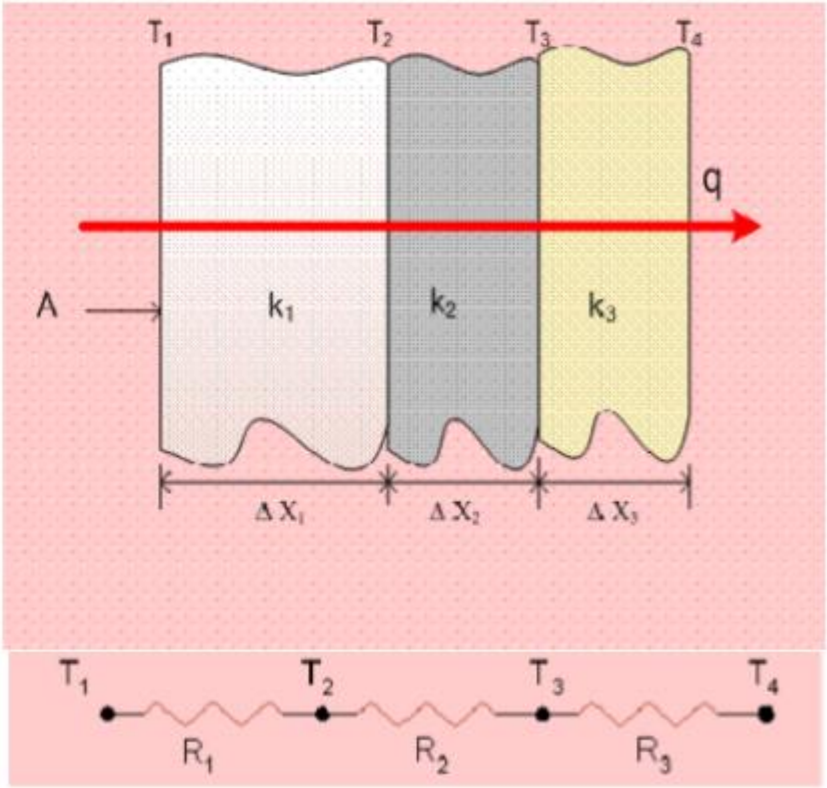
$$Q = \frac{\Delta T}{R}$$

$$R = \frac{\Delta x}{\lambda . A}$$

$$R = \frac{0.25}{0.8 \, x \, 48} = 0.00651 \ \ {}^{\circ}C/W$$

$$Q = \frac{15 - 4}{0.00651} = 1689.7\ W$$

➢ انتقال الحرارة بالتوصيل خلال جدار مركب (متعدد الطبقات):



$$Q = \frac{T_1 - T_4}{R_1 + R_2 + R_3}$$

وهذه المعادلة تعطي قيمة معدل انتقال الحرارة بالتوصيل خلال جدار مكون من ثلاث طبقات. ويمكن بنفس الطريقة استنتاج القانون العام لحساب معدل انتقال الحرارة بالتوصيل خلال جدار مكون من n طبقة.

ويكون القانون العام:

$$Q = \frac{\Delta T}{\sum R}$$

$\sum R$ مجموع المقاومات لطبقات الجدار.

مسألة 2:

شباك ارتفاعه 0.8m وعرضه 1.5m يتكون من طبقتين من الزجاج (k= 0.78 W/m °C) سمك كل واحدة منهما 4mm ومفصولتين بطبقة هوائية سمكها 10mm . إذا كان معامل انتقال بالتوصيل للهواء الساكن 0.026 W/m K احسب معدل انتقال الحرارة خلال الشباك إذا كانت درجة حرارة السطح الداخلي للشباك 15 °C ودرجة حرارة السطح الخارجي 8- °C.

الحل :

يتكون الشباك من ثلاث طبقات ، لذا يحسب معدل انتقال الحرارة تبعاً للقانون:

$$Q = \frac{T_1 - T_4}{R_1 + R_2 + R_3}$$

نحسب مساحة سطح الشباك

$$A = 0.8 * 1.5 = 1.2 m^2$$

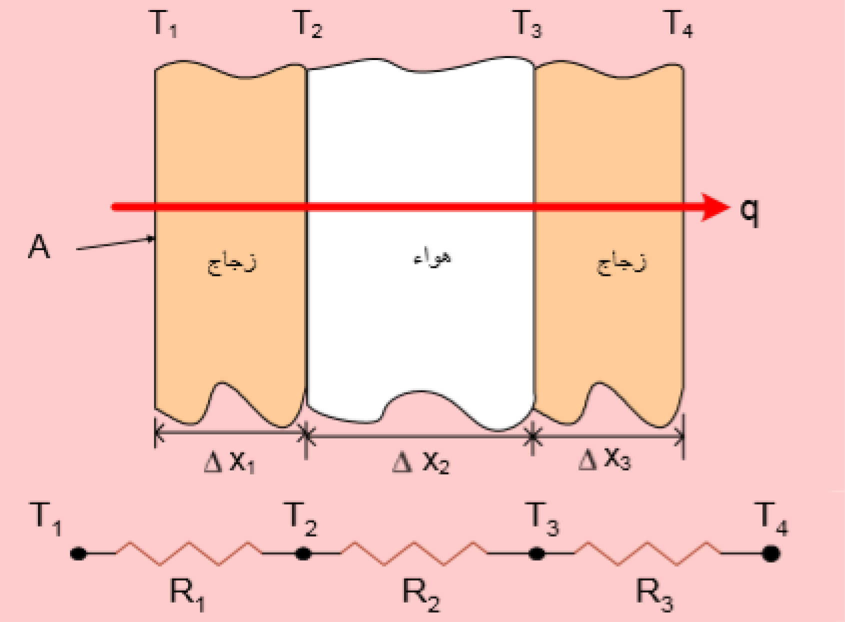
حساب المقاومة الحرارية لطبقة الزجاج:

$$R_1 = R_3 = \frac{\Delta x}{\lambda . A} = \frac{0.004}{0.78 \, x \, 1.2} = 0.00427 \, °C/W$$

حساب المقاومة الحرارية لطبقة الهواء:

$$R_2 = \frac{\Delta x}{\lambda . A} = \frac{0.01}{0.026 \, x \, 1.2} = 0.3205 °C/W$$

مجموع المقاومات الثلاث= مقاومة طبقة الزجاج الأولى + مقاومة طبقة الهواء + مقاومة طبقة الزجاج الثانية



شكل (٢ ـ ٩) انتقال الحرارة بالتوصيل خلال جدار مركب

$$Q = \frac{15 - 8}{0.00427 + 0.3205 + 0.00427}$$

$$Q = 21.8 \, W$$

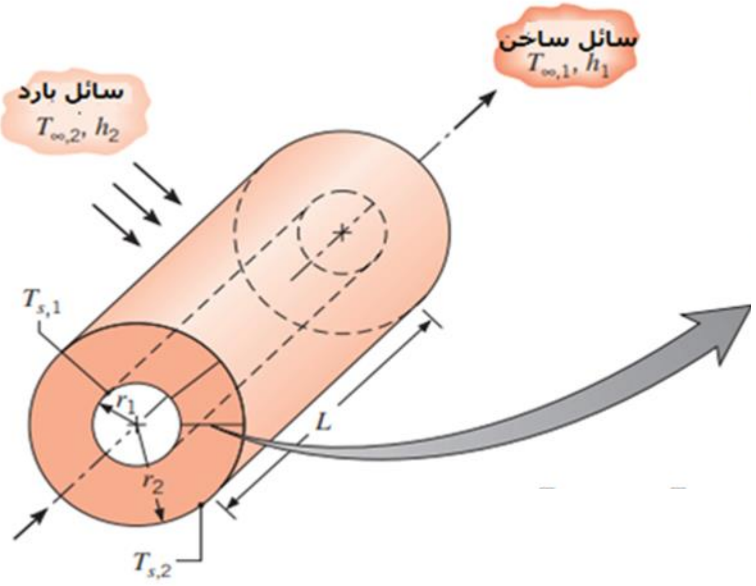
➢ انتقال الحرارة بالتوصيل خلال الاسطوانات المجوفة (الأنابيب):

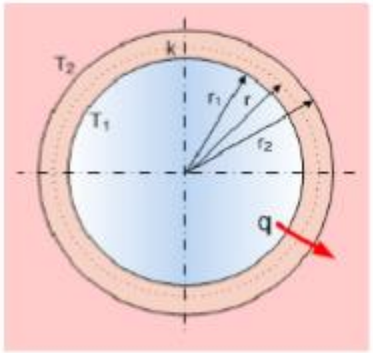
يوضح الشكل (٢- ١٠) حالة أسطوانة مجوفة نصف قطرها الداخلي r_1 ونصف قطرها الخارجي r_2 وطولها l ومعامل انتقال الحرارة بالتوصيل لمادة الأسطوانة k . درجات الحرارة لسطحي الماسورة الداخلي والخارجي هي T_1 و T_2 ولا يوجد توليد حراري في جسم الماسورة. يمكن أن يكتب قانون فورير للتوصيل الحراري كالتالي:

$$Q = -\lambda . A . \frac{dT}{dr}$$

حيث A_r هي مساحة سطح الأسطوانة عند أي نصف قطر و $\frac{dT}{dr}$ هي التغير في درجة الحرارة بالنسبة لنصف القطر وهو ما يعرف بـ temperature gradient. مساحة سطح الأسطوانة تعطى بالقانون التالي:

$$A_r = 2\pi r\, l$$





شكل (٢ـ ١٠) التوصيل الحراري خلال أسطوانة مجوفة

بالتعويض في قانون فورييه واجراء التكامل المحدود نستنتج القانون التالي لحساب معدل انتقال الحرارة بالتوصيل في الأنابيب الاسطوانية:

$$Q = -\lambda . (2\pi r L) . \frac{dT}{dr}$$

$$Q = -\lambda . (2\pi L) . \frac{dT}{\frac{dr}{r}}$$

$$Q = 2\pi\lambda . L . \frac{\Delta T}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

$$\boxed{Q = \frac{\Delta T}{\frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi\lambda . L}}}$$

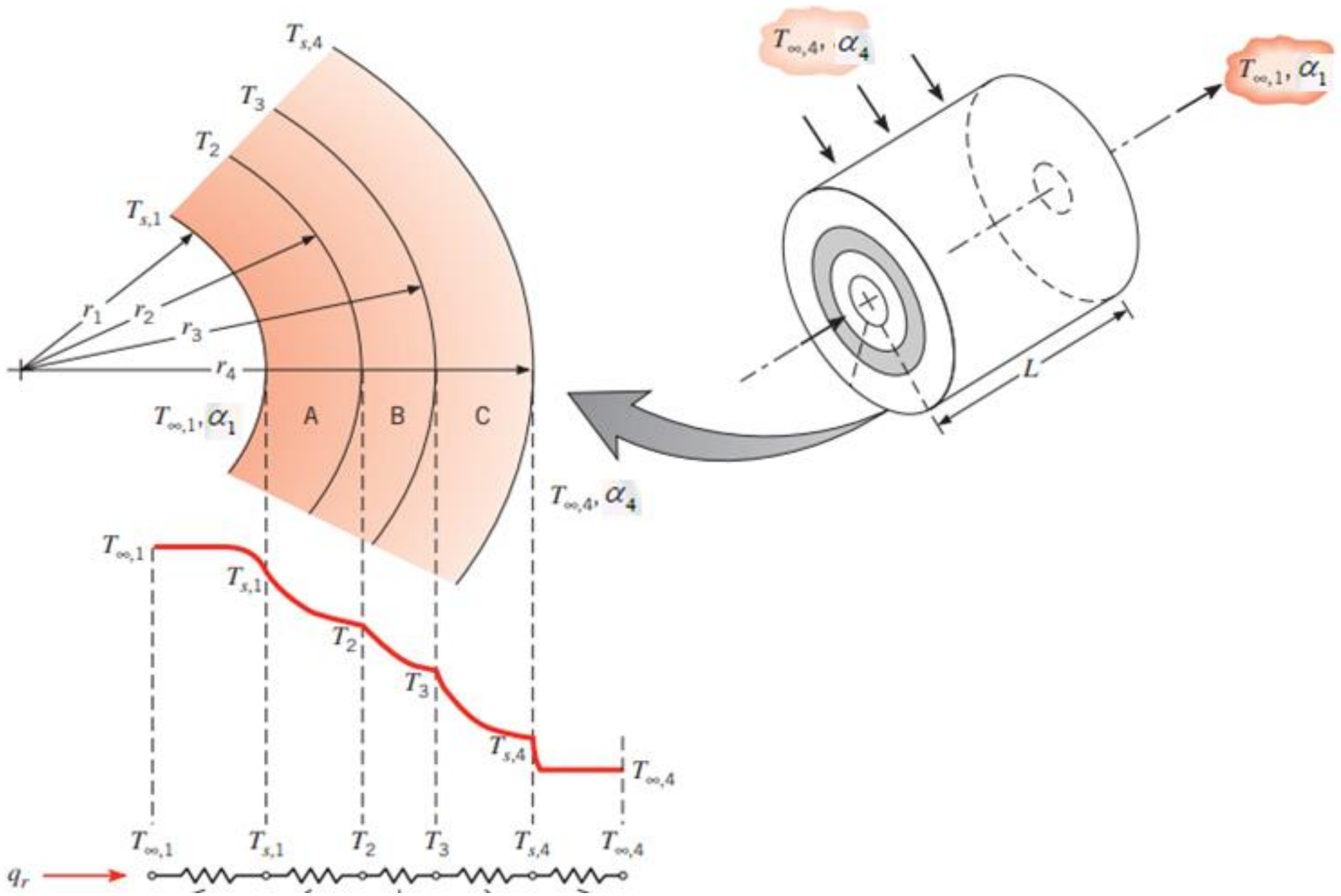
ΔT : القوة الدافعة الحرارية

$R = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi\lambda . L}$ المقاومة الحرارية لمادة الاسطوانة

وبشكل آخر:

$$Q = \frac{\Delta T}{R}$$

➢ انتقال الحرارة بالتوصيل خلال الاسطوانات المجوفة المركبة (الأنابيب متعددة الطبقات):



يعطى معدل انتقال الحرارة بالتوصيل في الأنابيب الاسطوانية متعددة الطبقات بالشكل الآتي:

$$Q = \frac{T1 - T4}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_1 = \frac{ln\frac{\boldsymbol{r_2}}{\boldsymbol{r_1}}}{2\pi\lambda_1.L}$$

$$R_2 = \frac{ln\frac{\boldsymbol{r_3}}{\boldsymbol{r_2}}}{2\pi\lambda_2.L}$$

$$R_3 = \frac{ln\frac{\boldsymbol{r_4}}{\boldsymbol{r_3}}}{2\pi\lambda_3.L}$$

ويكون القانون العام:

$$Q = \frac{\Delta T}{\sum R}$$

$\sum R$ مجموع المقاومات لطبقات الجدار الاسطواني.

مسألة 3:

ماسورة أسطوانية مصنوعة من الفولاذ (k= 43 W/m °C) سمكها 2 cm وقطرها الداخلي 6 cm تستخدم في مجال التكييف المركزي لنقل الماء الساخن من السخان إلى المبنى المراد تكييفه والذي يبعد 40 m عن السخان. إذا علمت أن درجة حرارة السطح الداخلي للماسورة 60 °C ودرجة حرارة السطح الخارجي للماسورة 35 °C احسب معدل الحرارة المفقودة من داخل الماسورة إلى البيئة المحيطة بها.

الحل:

يمكن الاستعانة بالشكل (٢ ـ ١٠). من المعطيات:

نصف قطر الماسورة الداخلي (r_1) يساوي 3 cm

نصف قطر الماسورة الخارجي (r_2) يساوي نصف القطر الداخلي + سمك الأسطوانة يساوي 5 cm

طول الماسورة يساوي وبكل تأكيد المسافة بين السخان والمبنى يساوي 40 m

معامل انتقال الحرارة بالتوصيل لمادة الفولاذ تساوي k= 43 w/m °C

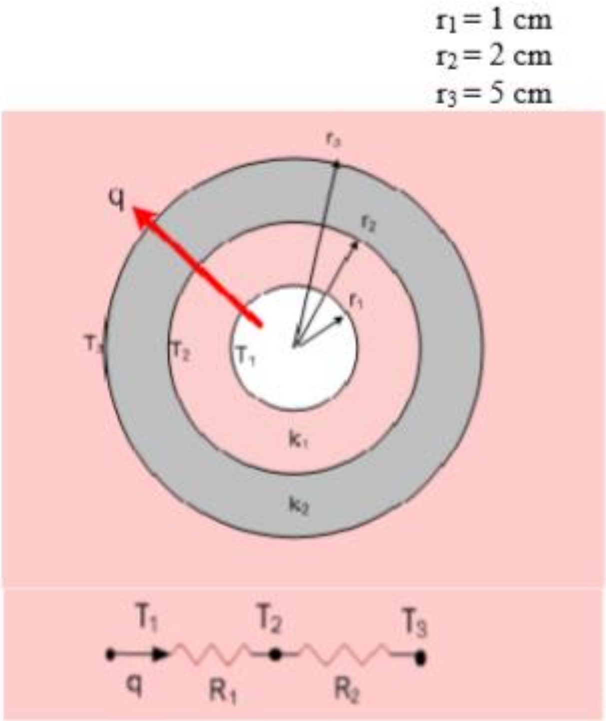
$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{ln\frac{\boldsymbol{r_2}}{\boldsymbol{r_1}}}{2\pi\lambda . L}}$$

$$Q = \frac{(60-35)}{\frac{ln\frac{5}{3}}{2\pi\, x\, 43\, x\, 4}}$$

$$Q = 528634.4\, W$$

مسألة 4:

ماسورة سميكة مصنوعة من النحاس ($k = 85$ W/m K) قطرها الداخلي 2cm وقطرها الخارجي 4cm ، مغطاة بـ 3cm اسبستس كعازل ($k = 0.2$ W/m K). إذا كانت درجة حرارة سطح الجدار الداخلي للماسورة 600 °C ودرجة حرارة سطح العازل من الخارج 100 °C ، احسب فقدان الحرارة لكل متر طولي من الماسورة.



الحل:

من المعطيات يمكن بسهولة حساب أنصاف الأقطار r_1 و r_2 و r_3

$$R_1 = \frac{ln\frac{0.02}{0.01}}{2\pi X\ 85\ X\ 1} = 0.00129\ C/W$$

$$R_2 = \frac{ln\frac{0.05}{0.02}}{2\pi X\ 0.2X\ 1} = 0.729\ C/W$$

$$Q = \frac{600 - 100}{0.00129 + 0.729} = 684.6\ W$$